

## 1. 研究実績の概要

### 1. 退化準線形方程式に対する適切性問題へ適用可能な変異解析の展開

退化準線形方程式の線形化方程式に焦点を縛った。これに係る条件として、高村の安定性がある。それは、時間に依存するノルム族を用いた独立な2つの条件からなる加藤の安定性を1つの不等式に統合した条件であり、ノルム族に応じた空間族の導入が特徴的である。しかし、補助的な導入のため、ノルムの時間微分の意味付けに制約があった。田中は、補外的な改良により制約を除去した設定のもと適切性を導出し、原稿を執筆中である。

### 2. 抽象準線形発展問題に対する安定性条件の一般化と可解性定理の導出

松本は、現在投稿中の線形発展作用素の生成定理に関する論文で用いた条件を基にした準線形作用素に対する一般化安定性条件を考察し、その条件下で可解性定理の証明を進めている。

### 3. 劣線形楕円型方程式の特異摂動問題に対する変分解析

足達は、非線形項の遠方での増大度を全く仮定しないスカラ場型半線形楕円型方程式の正值解の存在とその解構造を変分的アプローチを用いて解明した。特にその漸近的プロファイルは通常の特異摂動問題のそれとは異なり、正值解を適切に自己相似変換した関数が単純非線形項のスカラ場型半線形楕円型方程式の解に収束することがわかった。研究発表論文[1]は本研究課題と深く関連する。

### 4. 可積分系の方程式に対する初期値問題の時間大域適切性の研究

赤堀は、1年目に引き続き、Intermediate long wave equation に関する研究を行った。この方程式は可積分系の方程式に分類され、水深を0とした極限ではKdV方程式、水深を無限大とした極限ではBenjamin-Ono方程式が得られるため、数学的にも物理的にも興味深い方程式である。本研究の目標は、可能な限り広い初期値のクラスにおいて時間大域適切性を示すことである。そのために、Lax表現に現れる作用素のスペクトルの研究を行ってきたが、僅かな進歩はあるものの、かなり難しい問題のため、解決にはもう少しの時間が必要である。一方、可積分系の方程式である非線形シュレディンガー方程式を一般化した方程式も研究した。特に線ソリトンにおける分岐に関する結果を証明し論文として発表した。

### 5. 端点最大正則性理論の流体の半空間の摂動としての自由境界問題への応用

清水は、小川卓克氏（東北大学）と共同で、半空間のStokes方程式のストレス境界条件に対する解の端点最大 $L^1$ -正則性を得た。昨年度の熱方程式の半空間での境界値問題で構築した手法を用いて、半空間のBesov空間に対し凱旋門型のLittlewood-Paley2進分解を導入し、時間優勢領域では時間と半空間の法線方向の、接空間優勢領域では半空間の接線方向と半空間の法線方向の概直交性を用いて証明した。この結果を非圧縮性Navier-Stokes方程式の自由境界問題に応用し、スケール不変関数空間での時間大域的適切性を得た。初期値の可積分指数が空間次元に等しい場合や、初期値の可微分性が負の場合についても、スケール不変関数空間に属する解が得られた。

### 6. Fast Diffusion 方程式の初期値境界値問題に対する非線形エントロピー法の開発

赤木は、前川泰則氏（京都大学）と共同で、Fast Diffusion 方程式の動的な線形化法を開発し、さらに前年度までに得られていた（静的）定量的勾配不等式の動的対応物を導出することで、これまでに得られていた（正の）漸近形に対する指数収束性に関する定量的結果を符号変化する漸近形を含む形に拡張した。この手法は、relative error estimates から完全に脱却することを可能にするため、初期データの情報をより精密に考慮した最小エネルギーをとる漸近形の指数安定性評価を可能にし、さらにそれを用いることで得られていた指数収束レートの最適性を初めて証明した。

## 2. 研究発表（2年目の研究成果）〔雑誌論文のみ記載〕

- [1] Shinji Adachi, Norihisa Ikoma, Tatsuya Watanabe, Existence and asymptotic behavior of positive solutions for a class of locally superlinear Schrödinger equation, Manuscripta Mathematica **172** (2023), 933–970, DOI: 10.1007/s00229-022-01428-5.
- [2] Takafumi Akahori, Yakine Bahri, Slim Ibrahim, Hiroaki Kikuchi, Pitchfork Bifurcation at Line Solitons for Nonlinear Schrödinger Equations on the Product Space  $\mathbb{R} \times \mathbb{T}$ , to appear in Annales Henri Poincaré.
- [3] Takayoshi Ogawa, Senjo Shimizu, Maximal  $L^1$ -regularity and free boundary problems for the incompressible Navier-Stokes equations in critical spaces, Journal of Mathematical Society of Japan (2023), (80pp.) DOI: 10.2969/jmsj/88288828.
- [4] Hideo Kozono, Peer Christian Kunstmann, Senjo Shimizu, Analyticity in space-time of solutions to the Navier-Stokes equations via parameter trick based on maximal regularity, Annali Scuola Normale Superiore - Classe di Scienze (2023), (34pp.), DOI:10.2422/2036-2145.202109-011.
- [5] Hideo Kozono, Senjo Shimizu, Stability of stationary solutions to the Navier-Stokes equations in the Besov space, Mathematische Nachrichten **296** (2023), no.5, 1964–1982, DOI: 10.1002/mana.202100150.
- [6] Goro Akagi, Kazuhiro Ishige, Ryuichi Sato, General framework to construct local-energy solutions of nonlinear diffusion equations for growing initial data, Journal of Functional Analysis **284** (2023), 109891 (86pp.), DOI: 10.1016/j.jfa.2023.109891.
- [7] Goro Akagi, Rates of convergence to non-degenerate asymptotic profiles for fast diffusion via energy methods, Archive for Rational Mechanics and Analysis **247** (2023), Article number: 23 (38pp.), DOI: 10.1007/s00205-023-01843-2.